绝密★启用前

2017年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数　　学（文史类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。第Ⅰ卷 1 至 2 页，第Ⅱ卷 3 至 5 页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第Ⅰ卷

注意事项：

1．每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2．本卷共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

参考公式：

- 如果事件 A， B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.
- 棱柱的体积公式 $V=Sh$ ．其中 S 表示棱柱的底面面积， h 表示棱柱的高.
- 球的体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ ．其中 R 表示球的半径.

一．选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

（1）设集合 $A=\{1,2,6\}$， $B=\{2,4\}$， $C=\{1,2,3,4\}$，则 $(A\cup B)\cap C=$

（A）$\{2\}$　　（B）$\{1,2,4\}$　　（C）$\{1,2,4,6\}$　　（D）$\{1,2,3,4,6\}$

（2）设 $x\in\mathbf{R}$，则“ $2-x\geqslant 0$ ”是“ $|x-1|\leqslant 1$ ”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（3）有 5 支彩笔（除颜色外无差别），颜色分别为红、黄、蓝、绿、紫．从这 5 支彩笔中任取 2 支不同颜色的彩笔，则取出的 2 支彩笔中含有红色彩笔的概率为

（A）$\frac{4}{5}$　　（B）$\frac{3}{5}$　　（C）$\frac{2}{5}$　　（D）$\frac{1}{5}$

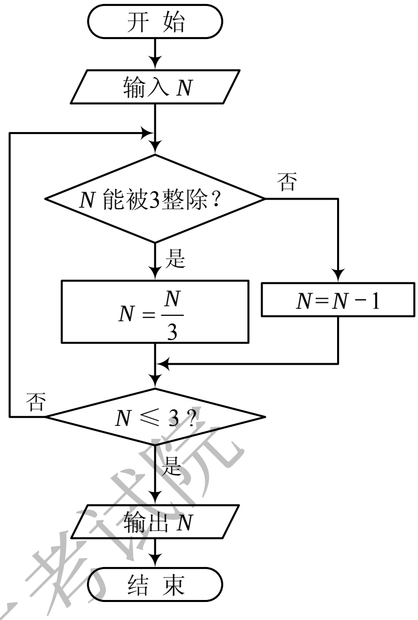
（4）阅读右面的程序框图，运行相应的程序，若输入 N 的值为19，则输出 N 的值为

（A） 0

（B） 1

（C） 2

（D） 3



（第 4 题图）

（5）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点为 F，点 A 在双曲线的渐近线上，$\triangle OAF$ 是边长为 2 的等边三角形（O 为原点），则双曲线的方程为

（A） $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

（B） $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$

（C） $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

（D） $x^2-\frac{y^2}{3}=1$

（6）已知奇函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数．若 $a=-f(\log_2\frac{1}{5})$，$b=f(\log_2 4.1)$，$c=f(2^{0.8})$，则 a，b，c 的大小关系为

（A） $a<b<c$　　（B） $b<a<c$　　（C） $c<b<a$　　（D） $c<a<b$

（7）设函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，$x\in\mathbf{R}$，其中 $\omega>0$，$|\varphi|<\pi$．若 $f(\frac{5\pi}{8})=2$，$f(\frac{11\pi}{8})=0$，且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π，则

（A） $\omega=\frac{2}{3}$，$\varphi=\frac{\pi}{12}$　　（B） $\omega=\frac{2}{3}$，$\varphi=-\frac{11\pi}{12}$

（C） $\omega=\frac{1}{3}$，$\varphi=-\frac{11\pi}{24}$　　（D） $\omega=\frac{1}{3}$，$\varphi=\frac{7\pi}{24}$

（8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x|+2, & x<1,\\ x+\frac{2}{x}, & x\geqslant 1.\end{cases}$ 设 $a\in\mathbf{R}$，若关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant\left|\frac{x}{2}+a\right|$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，则 a 的取值范围是

（A） $[-2,2]$　　（B） $[-2\sqrt{3},2]$

（C） $[-2,2\sqrt{3}]$　　（D） $[-2\sqrt{3},2\sqrt{3}]$

绝密★启用前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数　　学（文史类）

第Ⅱ卷

注意事项：

1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2．本卷共 12 小题，共 110 分。

二．填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

（9）已知 $a\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位，若 $\dfrac{a-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$ 为实数，则 a 的值为____________．

（10）已知 $a\in\mathbf{R}$，设函数 $f(x)=ax-\ln x$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线为 l，则 l 在 y 轴上的截距为____________．

（11）已知一个正方体的所有顶点在一个球面上，若这个正方体的表面积为 18，则这个球的体积为____________．

（12）设抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，准线为 l．已知点 C 在 l 上，以 C 为圆心的圆与 y 轴的正半轴相切于点 A．若 $\angle FAC=120°$，则圆的方程为____________．

（13）若 a，$b\in\mathbf{R}$，$ab>0$，则 $\dfrac{a^4+4b^4+1}{ab}$ 的最小值为____________．

（14）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=60°$，$AB=3$，$AC=2$．若 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$（$\lambda\in\mathbf{R}$），且 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=-4$，则 λ 的值为____________．

三．解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

（15）（本小题满分 13 分）

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c．已知$a\sin A = 4b\sin B$，$ac=\sqrt{5}(a^2-b^2-c^2)$．

（Ⅰ）求$\cos A$的值；

（Ⅱ）求$\sin(2B-A)$的值．

（16）（本小题满分 13 分）

电视台播放甲、乙两套连续剧，每次播放连续剧时，需要播放广告．已知每次播放甲、乙两套连续剧时，连续剧播放时长、广告播放时长、收视人次如下表所示：

	连续剧播放时长（分钟）	广告播放时长（分钟）	收视人次（万）
甲	70	5	60
乙	60	5	25

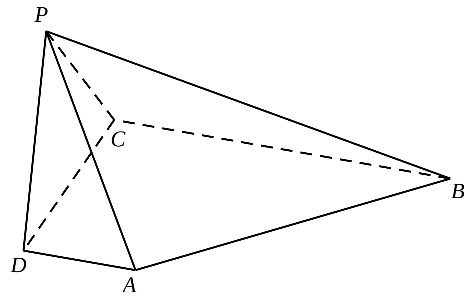
已知电视台每周安排的甲、乙连续剧的总播放时间不多于600分钟，广告的总播放时间不少于30分钟，且甲连续剧播放的次数不多于乙连续剧播放次数的2倍．分别用x，y表示每周计划播出的甲、乙两套连续剧的次数．

（Ⅰ）用x，y列出满足题目条件的数学关系式，并画出相应的平面区域；

（Ⅱ）问电视台每周播出甲、乙两套连续剧各多少次，才能使总收视人次最多？

（17）（本小题满分 13 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$AD\perp$平面PDC，$AD/\!/BC$，$PD\perp PB$，$AD=1$，$BC=3$，$CD=4$，$PD=2$．



（Ⅰ）求异面直线AP与BC所成角的余弦值；

（Ⅱ）求证：$PD\perp$平面PBC；

（Ⅲ）求直线AB与平面PBC所成角的正弦值．

（18）（**本小题满分 13 分**）

已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，前 n 项和为 S_n（$n\in\mathbf{N}^*$），$\{b_n\}$ 是首项为 2 的等比数列，且公比大于 0，$b_2+b_3=12$，$b_3=a_4-2a_1$，$S_{11}=11b_4$．

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求数列 $\{a_{2n}b_n\}$ 的前 n 项和（$n\in\mathbf{N}^*$）.

（19）（**本小题满分 14 分**）

设 $a,b\in\mathbf{R}$，$|a|\leqslant 1$．已知函数 $f(x)=x^3-6x^2-3a(a-4)x+b$，$g(x)=\mathrm{e}^x f(x)$．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）已知函数 $y=g(x)$ 和 $y=\mathrm{e}^x$ 的图象在公共点 (x_0,y_0) 处有相同的切线，

（ⅰ）求证：$f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数等于 0；

（ⅱ）若关于 x 的不等式 $g(x)\leqslant \mathrm{e}^x$ 在区间 $[x_0-1,x_0+1]$ 上恒成立，求 b 的取值范围.

（20）（**本小题满分 14 分**）

已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左焦点为 $F(-c,0)$，右顶点为 A，点 E 的坐标为 $(0,c)$，$\triangle EFA$ 的面积为 $\dfrac{b^2}{2}$．

（Ⅰ）求椭圆的离心率；

（Ⅱ）设点 Q 在线段 AE 上，$|FQ|=\dfrac{3}{2}c$，延长线段 FQ 与椭圆交于点 P，点 M，N 在 x 轴上，$PM /\!/ QN$，且直线 PM 与直线 QN 间的距离为 c，四边形 $PQNM$ 的面积为 $3c$．

（ⅰ）求直线 FP 的斜率；

（ⅱ）求椭圆的方程.